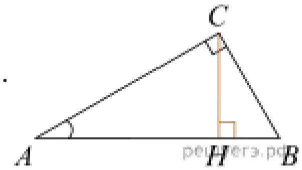
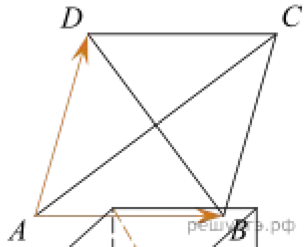
Контрольная работа за I полугодие по математике
Демоверсия 11 класс

1.



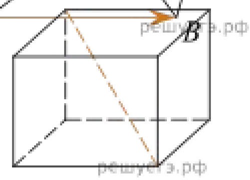
В треугольнике ABC угол C равен 90°, CH — высота, $AB = 13, \operatorname{tg} A = 5.$
Найдите BH.

2.



Диагонали изображенного на рисунке ромба $ABCD$ равны 12 и 16.
Найдите длину вектора $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$.

3.



Одна из граней прямоугольного параллелепипеда — квадрат. Диагональ параллелепипеда равна $\sqrt{8}$ и образует с плоскостью этой грани угол 45°.
Найдите объем параллелепипеда.

4.

В классе 26 учащихся, среди них два друга — Андрей и Сергей. Учащихся случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что Андрей и Сергей окажутся в одной группе.

5.

Чтобы поступить в институт на специальность «Лингвистика», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Коммерция», нужно набрать не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание.

Вероятность того, что абитуриент *З*. получит не менее 70 баллов по математике, равна 0,6, по русскому языку — 0,8, по иностранному языку — 0,7 и по обществознанию — 0,5.

Найдите вероятность того, что *З*. сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей.

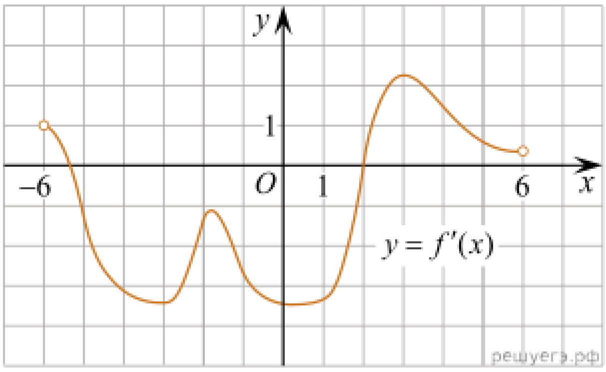
6.

Решите уравнение $\operatorname{tg} \dfrac{\pi x}{4} = -1.$ В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

7.

Найдите $\dfrac{g(2-x)}{g(2+x)}$, если $g(x)=\sqrt[3]{x(4-x)}$ при $|x|\neq 2$.

8.



На рисунке изображен график $y=f'(x)$ — производной функции $y=f(x)$, определенной на интервале $(-6;6)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.

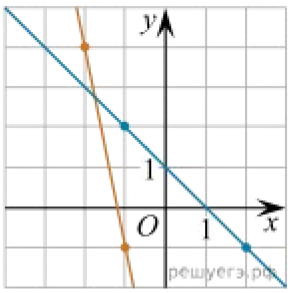
9.

Амплитуда колебаний маятника зависит от частоты вынуждающей силы и определяется по формуле $A(\omega)=\dfrac{A_0\omega_p^2}{|\omega_p^2-\omega^2|}$, где ω – частота вынуждающей силы (в c^{-1}), A_0 – постоянный параметр, $\omega_p=360c^{-1}$ – резонансная частота. Найдите максимальную частоту ω, меньшую резонансной, для которой амплитуда колебаний превосходит величину A_0 не более чем на $12,5\%$. Ответ выразите в c^{-1}.

10.

В понедельник акции компании подорожали на некоторое количество процентов, а во вторник подешевели на то же самое количество процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

11.



На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.

12.

Найдите наибольшее значение функции $y=\log_{\frac{1}{3}}(x^2+6x+12)$ на отрезке $[-19;-1]$.

13.

а) Решите уравнение $|\cos x+\sin x|=\sqrt{2}\sin 2x.$

б) Найдите решения уравнения, принадлежащие отрезку [3; 5].

14.

В правильной четырёхугольной пирамиде *SABCD* сторона *AB* основания равна $2\sqrt{3}$, а высота *SH* пирамиды равна 3. Точки *M* и *N* — середины рёбер *CD* и *AB*, соответственно, а *NT* — высота пирамиды *NSCD* с вершиной *N* и основанием *SCD*.

а) Докажите, что точка *T* является серединой *SM*.

б) Найдите расстояние между *NT* и *SC*.

15.

Решите неравенство

$$\frac{x^2-2x+1}{(x+2)^2}+\frac{x^2+2x+1}{(x-3)^2}\leqslant\frac{(2x^2-x+5)^2}{2(x+2)^2(x-3)^2}.$$

16.

В одной стране в обращении находилось 1 000 000 долларов, 20% из которых были фальшивыми. Некая криминальная структура стала ввозить в страну по 100 000 долларов в месяц, 10% из которых были фальшивыми. В это же время другая структура стала вывозить из страны 50 000 долларов ежемесячно, из которых 30% оказались фальшивыми. Через сколько месяцев содержание фальшивых долларов в стране составит 5% от общего количества долларов?

17.

В треугольнике *ABC* угол *ABC* тупой, *H* — точка пересечения продолжений высот, угол *AHC* равен 60°.

а) Докажите, что угол *ABC* равен 120°.

б) Найдите *BH*, если $AB=7$ и $BC=8.$

18.

Найдите все значения *a*, при каждом из которых уравнение $x^4+(a-3)^2=|x-a+3|+|x+a-3|$ либо имеет единственное решение, либо не имеет решений.

19.

За победу в шахматной партии начисляют 1 очко, за ничью — 0,5 очка, за проигрыш — 0 очков. В турнире принимают участие *m* мальчиков и *d* девочек, причём каждый играет с каждым дважды.

а) Каково наибольшее количество очков, которое в сумме могли набрать девочки, если $m = 3$, $d = 2$?

б) Какова сумма набранных всеми участниками очков, если $m + d = 10$.

в) Каковы все возможные значения d, если $m = 7d$ и известно, что в сумме мальчики набрали ровно в 3 раза больше очков, чем девочки?